

Baggrundsnotat: En geografisk ligevægtsmodel for Danmark

Notatet præsenterer en geografisk ligevægtsmodel for den danske økonomi, hvor hver kommune har et lokalt arbejds- og ejendomsmarked. Modellen kalibreres vha. data for lønninger, erhvervsleje, rejsetider og pendlingsmønstre. Herefter benyttes modellen til at lave to policy-eksperimenter. For det første undersøges produktivets- og velfærdsgevinster ved at udvide ejendomsmassen i København i et omfang svarende til planerne for Lynetteholm. For det andet undersøges betydningen af øget hjemmearbejde for produktivitet og pendlingsmønstre. Analysen indgår i afsnit 6 af kapitel IV om byer og produktivitet i Produktivitet 2021 (De Økonomiske Råds Formandskab, 2021).

1 Indledning

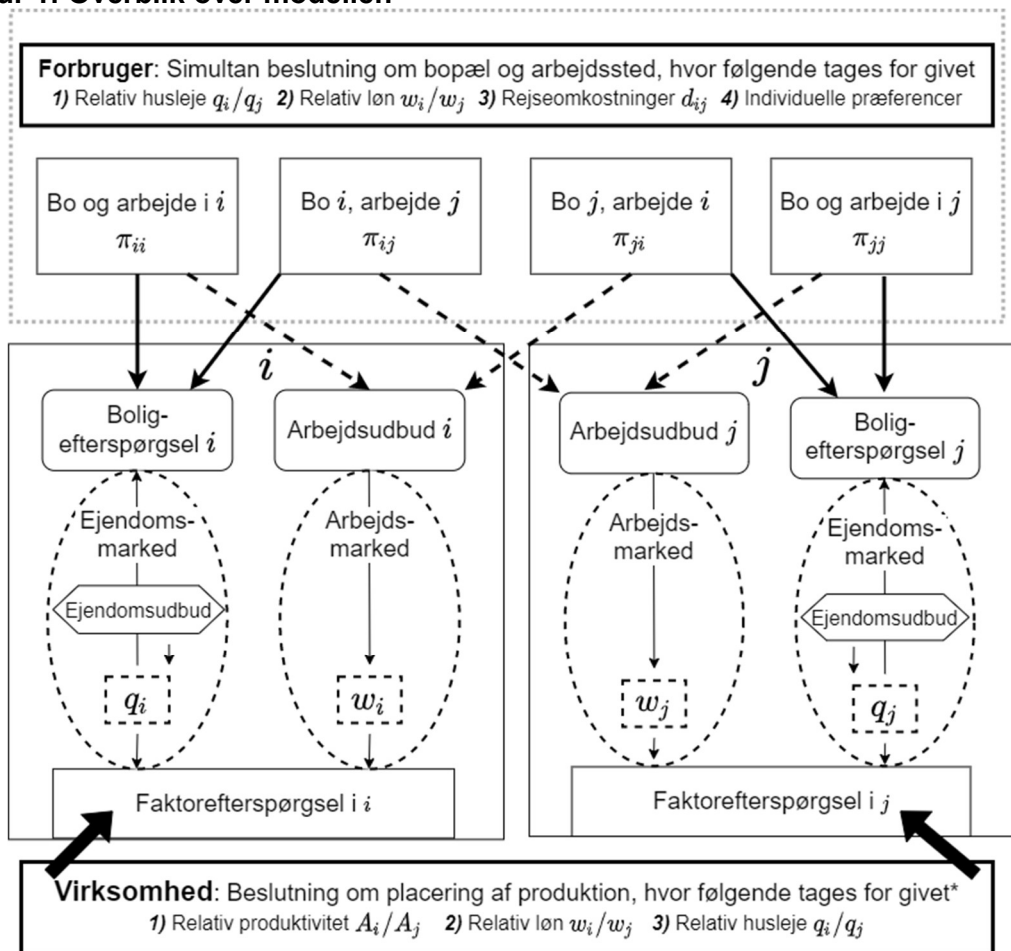
Analysen af en forøgelse af ejendomsmassen i København finder, at der er produktivetsgevinster herved. Gevinsterne er større ved at øge ejendomsmassen i København end i landets øvrige kommuner, da plads i højere grad er en begrænsende faktor i København. Analysen af mere hjemmearbejde viser, at der kun er begrænsede produktivitetseffekter af mere hjemmearbejde. Indeværende analyse fokuserer dog kun på en af de mange mulige kanaler hvorigennem hjemmearbejde kan påvirke produktivitet, nemlig ændringer i placeringen af arbejdspladser og boliger grundet lavere pendlingsomkostninger.

Afsnit 2 giver et overblik over modellens struktur. I afsnit 3 kalibreres forbrugers geografiske præferencer ved brug af en gravitationsligning for pendling, der afhænger af "oprindelsestype". Dermed opnås mål for områdets attraktivitet som hhv. bopæl og arbejdssted for forskellige typer af forbrugere. Eksperimentet med forøget ejendomsmasse gennemgås i afsnit 4, mens eksperimentet af bedre muligheder for hjemmearbejde gennemgås i afsnit 5. En samlet modelgennemgang findes i appendiks A.

2 Overblik over modellen

I dette afsnit skitseres grundelementerne i den strukturelle model. Formålet er at give et intuitivt overblik. Modellens udledninger og øvrige detaljer findes i appendikset. I modellen antages det, at hver kommune har eget arbejds- og ejendomsmarked, mens markedet for forbrugsvarer er fælles på tværs af kommuner. Figur 1 beskriver modellens struktur i tilfældet med to kommuner i og j , men kan også bruges som skitse for modellen med flere kommuner. Forbrugernes beslutninger følges fra toppen af figuren og beskrives i afsnit 2.1, mens virksomhedernes beslutninger følges fra figurens bund og beskrives i afsnit 2.2. I figuren og i dette afsnit er modellen kogt ned til nogle få endogene variable: huslejen q_i , lønnen w_i og befolkningens fordeling på tværs af bopæls- og arbejdsstedskommuner. Lønnen og huslejen varierer fra kommune til kommune. Disse variable bestemmes i en entydig ligevægt ud fra de eksogent givne parametre for produktion og præferencer. Modellen løses ved brug af forbrugernes og virksomhedernes beslutninger samt ligninger for clearing på arbejds- og ejendomsmarkedet (afsnit 1.3), og løsningen beskrives i afsnit 1.4.

Figur 1: Overblik over modellen



Note: Forbrugerens beslutninger læses fra toppen af figuren, mens virksomhedernes beslutninger læses fra bunden.

*Bemærk: det antages at profitten i alle kommuner er 0. Ellers ville flere virksomheder indtræde.

2.1 Forbrugeres valg af bopæl og arbejdssted

Med to byer findes fire mulige kombinationer af bopæl og arbejdssted. De stiplede linjer angiver, hvor forbrugeren stiller sin arbejdskraft til rådighed, mens de optrukne linjer angiver, hvor forbrugeren efterspørger boligareal. Alle forbrugere har en præference for at bo og arbejde i alle kombinationer af kommuner. Disse individuelle præferencer er trukket fra den samme frechét-fordeling, hvor faktoren $B_{i|f}E_{j|f}R_{ij|f}$ kan tolkes som den gennemsnitlige attraktivitet af at bo og arbejde i et givet par af kommuner for en forbruger af type f (notationen “|” skal angive at disse parametre er betinget på typen). Typerne modelleres som forskellige “oprindelsesstedyper” ud fra en forestilling om, at to personer, der boede i to forskellige landsdele da de var 21 i gennemsnit vil have forskellige præferencer for bopæl og arbejdssted. Dette inkorporeres i modellen for at approksimere de dynamiske aspekter i beslutningen om at flytte, som blandt andet kan afhænge lokalt netværk, vaner og faste omkostninger ved at flytte. Disse forhold opfanges approksimativt i oprindelsestyperne. Med tilstrækkeligt data er det i princippet muligt at lave flere typeinddelinger pga. f.eks. køn, alder og uddannelse, men i indeværende modellering dækker typen udelukkende over oprindelseslandsdel. Andelen af befolkningen af type f , der vælger at bo i kommune i og arbejde i kommune j , fordi det giver den maksimale nytte, kan derfor skrives som

$$\pi_{ij|f} = \frac{\overbrace{B_{i|f}E_{j|f}R_{ij|f} \cdot e^{-\phi \cdot rejsetid_{ij}} \left(q_i^{1-\beta}\right)^{-\epsilon} (w_j)^\epsilon}^{\text{attraktivitet ved at bo i kommune } i \text{ og pendle til arbejdskommune } j}}{\underbrace{\sum_r \sum_s B_{r|f}E_{s|f}R_{rs|f} \cdot e^{-\phi \cdot rejsetid_{rs}} \left(q_r^{1-\beta}\right)^{-\epsilon} (w_s)^\epsilon}_{\text{sum over alle kommuner af attraktiviteten ved at bo og arbejde}}}, \quad (1)$$

Tælleren i (1) angiver attraktiviteten ved at bo i kommune i og arbejde i kommune j for en forbruger af type f . Den bestemmes af en række forhold: $B_{i|f}$ er en eksogen parameter, som angiver den typiske præferencerne for at bo i kommune i . Den kan f.eks. afhænge af udvalget af restauranter og butikker, skolekvalitet samt adgang til naturområder. q_i er huslejen, som bestemmes endogent. Større husleje gør det mindre attraktivt at bo i kommune i . w_j er lønnen, og hvis den øges, bliver det mere attraktivt at arbejde i kommune j . $E_{j|f}$ angiver de typiske eksogent givne gevinster ved at arbejde i kommune j udover lønnen, f.eks. udvalget af spændende jobs, som giver gode kvalifikationer og opbygger humankapital. $rejsetid_{ij}$ angiver den eksogent givne rejsetid, hvis den øges, bliver det mindre attraktivt at bosætte sig i kommune i og pendle til et arbejde i kommune j ($\phi > 0$). R_{ij} angiver specifikke forhold, som gør sig gældende for pendling mellem i og j , og kan fx opfange, hvis rejsetiden ikke er målt eller specificeret korrekt. ϵ styrer heterogeniteten af præferencer for bopæl og arbejdssted. Hvis ϵ er høj, er der lav heterogenitet i præferencer, dvs. forbrugerne er meget enige om, hvor det er godt at arbejde og bo (der er f.eks. ikke den store forskel på præferencerne for jyder og

sjællændere). Et højt ϵ indebærer, at når man støder til økonomien ved fx at bygge nyt i København, vil det lokke flere til at flytte, da jyderne ikke har særlig stærke præferencer for at blive boende i Jylland. Der skal dermed kun en lille stigning i løn og fald i husleje til (begge foranlediget af den større bygningsmasse i København) for at få flere jyder til hovedstaden.

Nævneren i (1) angiver summen af attraktiviteten ved at bo og arbejde i alle områder for en forbruger af type f . Dermed bliver andelen, der bor i i og arbejder i j ($\pi_{ij|f}$), bestemt af den *relative* attraktivitet. Hvis andre områder bliver mere attraktive, men i og j er uændrede, vil der således være færre som bor i kommune i og arbejder i kommune j . (Hvis København f.eks. bliver mere attraktivt pga. større ejendomsudbud og dermed højere løn og lavere husleje til følge, er der færre der bor i og arbejder nordjyske kommuner, da disse bliver relativt mindre attraktive).

Tilføjelsen af typer til modellen betyder, at forskellige grupper af befolkningen vil reagere forskelligt på forskellige tiltag afhængigt af deres specifikke geografiske konsekvenser. Det er nu, lidt simplificeret sagt, muligt at $B_{Kbh|Byen\ Kbh}$ og $B_{Kbh|Nordjylland}$ er forskellige (dette bestemmes naturligvis af data). Hvis $B_{Kbh|Byen\ Kbh}$ er større end $B_{Kbh|Nordjylland}$ vil reaktionen et huslejefald for den typiske beboer på Frederiksberg være stærkere end reaktionen hos den typiske beboer i Frederikshavn.¹

Den samlede andel af befolkningen, der bor i kommune i og arbejder i kommune j fås ved at summe over de type-specifikke andele ($\pi_{ij|f}$) vægtet med, hvor stor en andel den givne type udgør af den samlede befolkning (π_f). Derfor bliver π_{ij} :

$$\pi_{ij} = \sum_f \pi_f \pi_{ij|f}, \quad (2)$$

Bemærk, at det antages at en given types andel af befolkningen (π_f) er fast og eksogent givet. Konkret benyttes 10 landsdele (fx Nordjylland) som typer (idet Bornholm udelukkes).

Det elegante ved ovenstående løsning er, at virksomhedssiden og ejendomsmarkedet ikke ændres af tilføjelsen af forbrugertyper. Når π_{ij} kendes løses modellen præcis som modellen uden typer.

2.2 Virksomhedssiden

Virksomhedssiden af modellen er fuldstændig identisk med den, som er beskrevet i appendiks A til dette notat. Der antages en Cobb-Douglas produktionsfunktion med input

¹ Bemærk at ovenstående er lidt simplificeret, da fx $B_{Kbh|Byen\ Kbh}$ og $B_{Kbh|Nordjylland}$ kun er defineret op til en konstant (se afsnit 2). Derfor skal deres relative størrelse ses relativt til præferencerne for at bo i alle andre kommuner.

af bygninger og humankapital.² Virksomheden profitmaksimerer, hvilket resulterer i følgende ligning:

$$w_j = \alpha \left(\frac{(1-\alpha)}{q_j} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A_j^{\frac{1}{\alpha}}, \quad (3)$$

idet A_j er eksogent givet TFP og α er outputelasticiteten mht. humankapital. Intuitionen bag ligningen er, at højere TFP skal balanceres af større omkostninger ved at producere (øget løn eller øget husleje).

2.3 Ejendomsmarkedet

Udbuddet (L_i^S) af ejendomme antages at være konstant. Jævnfør figur 1 efterspørger både forbrugere og virksomheder ejendomsareal. Dette giver en samlet efterspørgsel efter ejendomsareal i kommune i på

$$L_i^D = \underbrace{(1-\beta) \frac{1}{q_i} \bar{H} \pi_i^{Bo} \sum_j \pi_{ij|i}^{Arb} w_j}_{\text{a) forbrugernes efterspørgsel}} + \underbrace{\frac{(1-\alpha)}{q_i} A_i^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{(1-\alpha)}{q_i} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \pi_i^{arb} \bar{H}}_{\text{b) virksomhedernes efterspørgsel}}$$

Hvor \bar{H} angiver den samlede befolkning. Udtrykket er en funktion af eksogene variable, lønnen, lejen og pendlingsandele. Udtrykket a) beskriver forbrugernes efterspørgsel. $\sum_j \pi_{ij|i}^{Arb} w_j$ angiver den gennemsnitlige indkomst for en beboer i kommune i , mens $\bar{H} \pi_i^{Bo}$ angiver antallet af beboere i kommune i . Dermed får udtrykket en standard fortolkning for Cobb-Douglas funktioner: forbrugere i kommune i anvender en $(1-\beta)$ -andel af deres samlede indkomst på boligareal til en kvadratmeterpris på q_i . Udtrykket b) beskriver virksomhedernes faktorefterspørgsel og har en lignende fortolkning. $A_j^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{(1-\alpha)}{q_j} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \pi_j^{arb} \bar{H}$ svarer netop til den samlede produktion (og dermed udgifter grundet nul-profit) i kommune i . En $(1-\alpha)$ -andel af udgifterne bruges på ejendomme til en kvadratmeterpris på q_i .

Dermed bliver ligevægtsbetingelsen på ejendomsmarkedet i kommune i

$$L_i^S = \underbrace{(1-\beta) \frac{1}{q_i} \bar{H} \pi_i^{Bo} \sum_j \pi_{ij|i}^{Arb} w_j}_{\text{a) forbrugernes efterspørgsel}} + \underbrace{\frac{(1-\alpha)}{q_i} A_i^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{(1-\alpha)}{q_i} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \pi_i^{arb} \bar{H}}_{\text{b) virksomhedernes efterspørgsel}}, \quad (4)$$

hvor L_i^S er konstant og eksogent givet.

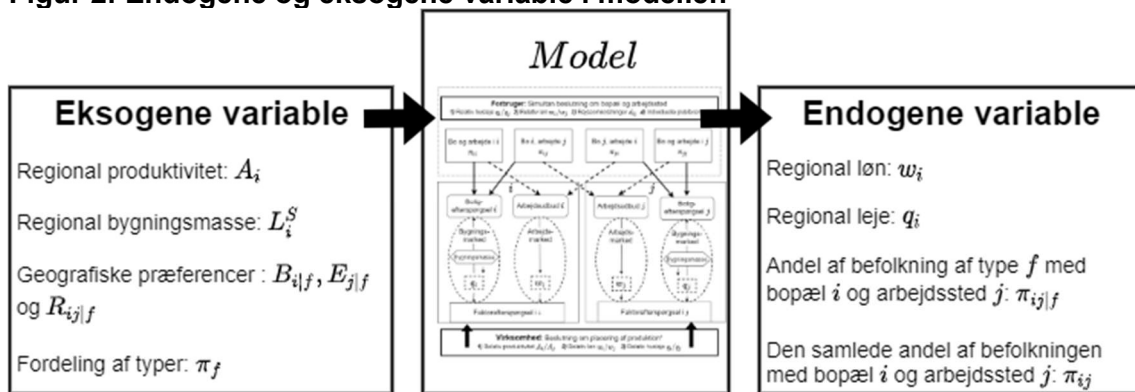
² I Appendix B vises det, hvordan denne produktionsfunktion kan opnås som en redefinering af en mere generel produktionsfunktion, hvor fysisk kapital indgår. Omskrivningen er uden tab af generalitet, hvis kapital frit handles på et internationalt marked til en fast pris.

2.4 Løsning af modellen

Modellen løses ved at kombinere (1), (2), (3) og (4).

Modellen løses på baggrund af en række eksogene variable: kommunespecifik produktivitet A_i , kommunespecifik effektiv bygningsmasse L_i^S , præferencerne for at bo og arbejde i de forskellige kommuner for de forskellige typer, samt andelen af de forskellige typer. På baggrund af disse findes de regionale lønpræmier w_i , de regionale lejer q_i , andelen af befolkningen af type f , der bor i kommune i og arbejder i kommune j , $\pi_{ij|f}$, samt den samlede andel af befolkningen, der bor i kommune i og arbejder i kommune j , π_{ij} . Dette giver i alt et system af $m^2 \cdot F + m^2 + 2 \cdot m$ ligninger ((1) giver $F \cdot m^2$ ligninger, (2) giver m^2 ligninger, (3) giver m ligninger og (4) giver m ligninger) med $F \cdot m^2 + m^2 + 2 \cdot m$ ubekendte ($\pi_{ij|f}$, π_{ij} , w_i og q_i), hvor m angiver antallet af kommune og F angiver antallet af typer – her landsdele. De endogene variable sikrer netop ligevægt på alle lokale ejendoms- og arbejdsmarkeder, samt overholdelse af virksomhedernes nul-profit-betingelse. Modellen giver altså en unik oversættelse af de eksogene variable til endogene variable. Dette illustreres i Figur 2.

Figur 2: Endogene og eksogene variable i modellen



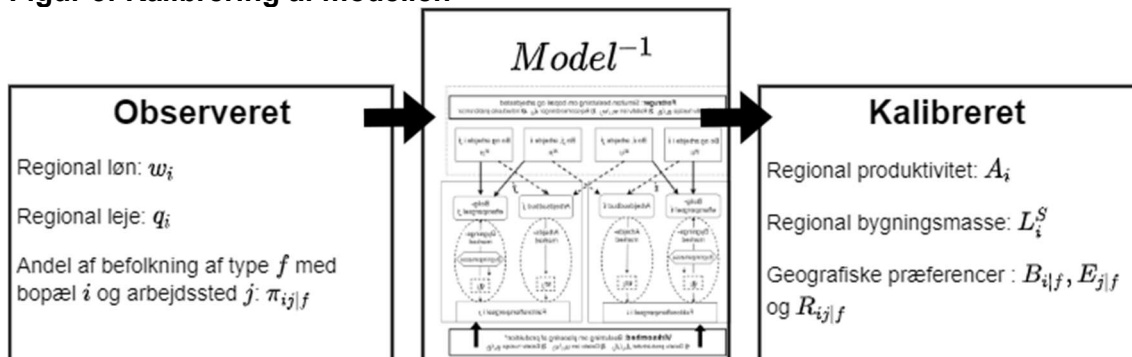
Det er vigtigt at understrege, at modellen ikke løses sekventielt, men simultant. Selvom Figur 1 kunne antyde, at modellen løses ved først at løse forbrugernes og virksomhedernes beslutning om placering for derefter at finde ligevægten på ejendoms- og arbejdsmarked, så er dette ikke tilfældet. Placeringsbeslutningerne skal netop give anledning til lokale lønninger og lejer, der betyder at ingen virksomhed eller forbruger ønsker at ændre sit placeringsvalg. Man kan derfor se løsningen af modellen som en iterativ proces, hvor relative lønninger og lejer medfører placeringsbeslutninger for forbrugere og virksomheder. Disse beslutninger medfører et sæt lønninger og priser på de lokale ejendoms- og arbejdsmarkeder. Først når disse lønninger og lejer svarer til dem, som lå til grund for placeringsbeslutningerne, er der tale om en ligevægt.

2.5 Kalibrering af modellen

Kalibreringen af modellen består intuitivt i at vende Figur 2 på hovedet. Lønninger w_i , lejer q_i og pendlingsmønstre $\pi_{ij|f}$ (og dermed π_{ij}) observeres faktisk i det danske data. Ideen er nu, at de ikke-observerede eksogene variable kan bakkedes ud ved at lede efter

de værdier, der sikrer, at de observerede lønninger, lejer og pendlingsmønstre er en ligevægt i modellen. Dette illustreres i Figur 3.

Figur 3: Kalibrering af modellen



Dette problem er relativt simpelt at løse for den valgte type model, hvilket er en af styrkerne ved modellen, jf. Redding og Rossi-Hansberg (2017).

Kalibreringen af modellen følger disse fem skridt:

1. Kalibreringen af regionale TFP-niveauer er beskrevet i De Økonomiske Råds Formandskab (2021) kapitel IV afsnit 5 og følger direkte deraf. Bemærk dog, at det i kalibreringen antages, at erhvervslejen er den samme i alle kommuner udenfor hovedstadsområdet og de større byer. Desuden antages Dragør at have samme erhvervsleje som Tårnby, mens det antages at Solrød har en erhvervsleje, der er gennemsnittet af erhvervslejen i Greve og Køge.
2. Kalibreringen af de geografiske attraktivitetsparametre $B_{i|f}$, $E_{j|f}$ og $R_{ij|f}$ er beskrevet i afsnit 3 nedenfor og følger i store træk fra Monte et al. (2018) udvidet med typer.
3. Det effektive ejendomsudbud bestemmes direkte fra ligevægtsefterspørgslen efter bebyggelse (givet de observerede lønninger og leje).
4. β , som angiver forbrugernes andel af indkomsten, der går til forbrug af endeligt gode, sættes til 0,75 som i Ahlfeldt mfl. (2015).
5. Kalibreringen af α er beskrevet i De Økonomiske Råds Formandskab (2021) kapitel IV afsnit 5. Den sættes til 0,85.

3 Kalibrering af forbrugernes geografiske præferencer

I dette afsnit kalibreres forbrugernes geografiske præferencer med udgangspunkt i Monte et al (2018) men med tilføjelsen af typer.

I kalibreringen indgår data fra en række forskellige kilder:

1. Der indgår gennemsnitlige kommunespecifikke lønninger korrigeret for arbejdskraftens sammensætning. Disse tages fra analysen beskrevet i det baggrundsnotat "Kommunale lønforskelle". I modellen svarer de til w_i .
2. Der benyttes gennemsnitlige kommunespecifikke erhvervslejer korrigeret for kvalitet. Disse tages fra analysen beskrevet i De Økonomiske Råds Formandskab (2021) kapitel IV afsnit 5. I modellen svarer de til q_i .

3. Der benyttes kommunespecifikke TFP-niveauer fra analysen beskrevet i De Økonomiske Råds Formandskab (2021) kapitel IV afsnit 5. I modellen svarer de til A_i
4. Der benyttes data for pendlingsadfærd betinget på oprindelsestype fra Danmarks Statistiks register RAS. Dette svarer til $\pi_{ij|f}$ i modellen. Individuer, der ikke kan knyttes til en bopæl i alderen 21 udelukkes.
5. Der benyttes data for pendlingstid mellem kommuner udregnet vha. den såkaldte Georoute kommando i Stata, som finder den hurtigste køretid mellem to punkter. Dette svarer til $rejsetid_{ij}$ i modellen.

Med baggrund i disse data er det muligt at estimere modellens resterende parametre.

Der er en direkte sammenhæng mellem modellens centrale ligning for beslutningen om bopæl, samt arbejdssted (ligning (1)) og en gravitationsligning. Logaritmen til (1) giver

$$\log(\pi_{ij|f}) = C_f + \underbrace{\log\left(B_{i|f} \left(q_i^{1-\beta}\right)^{-\epsilon}\right)}_{\theta_{i|f}^{bo}} + \underbrace{\log\left(E_{j|f} (w_j)^\epsilon\right)}_{\theta_{j|f}^{arb}} - \phi \cdot rejsetid_{ij} + \log(R_{ij|f})$$

Hvor $C_f = -\log\left(\sum_r \sum_s B_{r|f} E_{s|f} R_{rs|f} \cdot e^{-\phi \cdot rejsetid_{rs}} \left(q_r^{1-\beta}\right)^{-\epsilon} (w_s)^\epsilon\right)$ er nævneren, der er konstant for alle individer af type f . Bemærk behovet for at normalisere $\theta_{i|f}^{bo}$ og $\theta_{j|f}^{arb}$ inden for hver gruppe. Dette betyder, at det ikke er muligt at sammenligne *fixed effects* på tværs af typer (jf. diskussionen nedenfor).³ Under modellens antagelser er $\log(R_{ij|f})$ uafhængigt af de øvrige variable. Derfor estimeres ovenstående gravitationsligning i første omgang med *fixed effects* for bopæl ($\theta_{i|f}^{bo}$) hhv. arbejdssted ($\theta_{j|f}^{arb}$) for hver type f . Dette giver et estimat for $\hat{\phi}$. I andet skridt estimeres ϵ . Her antages ϕ at være kendt, mens effekten af lønnen på pendling modelleres direkte:

$$\log(\pi_{ij|f}) + \hat{\phi} \cdot rejsetid_{ij} = C_f + \underbrace{\log\left(B_{i|f} \left(q_i^{1-\beta}\right)^{-\epsilon}\right)}_{\theta_{i|f}^{bo}} + \epsilon \cdot \log(w_j) + \underbrace{\log(E_{j|f}) + \log(R_{ij|f})}_{\xi_{ij|f}}$$

Dette ligner igen en lineær regressionsligning. Problemet er, at $\xi_{ij|f}$ ikke er uafhængigt af lønnen, da en højere attraktivitet ($E_{j|f}$) alt andet lige giver anledning til en lavere løn. Derfor instrumenteres $\log(w_j)$ med $\log(A_j)$, da produktiviteten er positivt korreleret med lønnen, men uafhængig af attraktiviteten. Dette giver et estimat for ϵ på $\hat{\epsilon} = 11$.

Endeligt kan $B_{i|f}$, $E_{j|f}$ og $R_{ij|f}$ (relativt til fx København *inden for hver gruppe*) udledes ved en *fixed effects*-regression, hvor ϕ og ϵ holdes konstant.

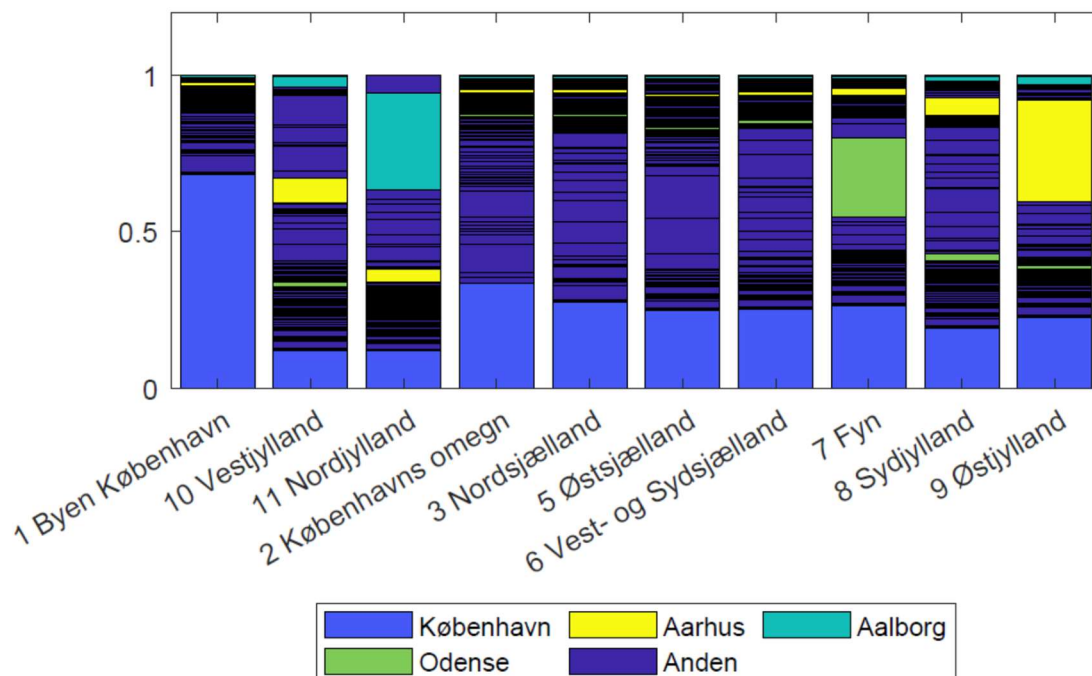
$$\begin{aligned} \log(\pi_{ij}) + \hat{\phi} \cdot rejsetid_{ij} - \hat{\epsilon} \cdot \log(w_j) + \hat{\epsilon} \cdot (1 - \beta) \cdot \log(q_i) \\ = \log(B_{i|f}) + \log(E_{j|f}) + \log(R_{ij|f}) \end{aligned}$$

³ Dette er det velkendte problem med forbundne sæt kendt fra litteraturen om tovejs *fixed effects*.

Dermed er modellens fundamentale parametre om præferencer for pendling kalibreret. Bemærk igen at de geografiske præferencer parametre kun er identificerede relativt til hinanden "inden for" typen. Det udestår i princippet at identificere en type-specifik konstant, for at kunne sammenligne niveauerne på tværs af grupper. Derfor er det ikke umiddelbart muligt at sammenligne præferencerne (og dermed nytten) på tværs af typer. Præferencerne skal altid ses relativt til typens alternativer.

For at give en idé om forskellen i præferencer viser figur 4 fordelingen af $B_{i|f}$ for de forskellige "oprindelsestyper", når disse er normaliseret til at summe til 1 indenfor typen. Dette giver en idé om den relative vigtighed af forskellige kommuner for de forskellige typer.

Figur 4: Fordeling af geografiske præferencer for beboelse, $B_{i|f}$



Anm.: Figuren viser attraktiviteten (y-aksen) ved at bo i forskellige områder (de forskellige farver) for oprindelsestyper, inddelt efter, hvilken landsdel de boede i, da de var 21 år (x-aksen).

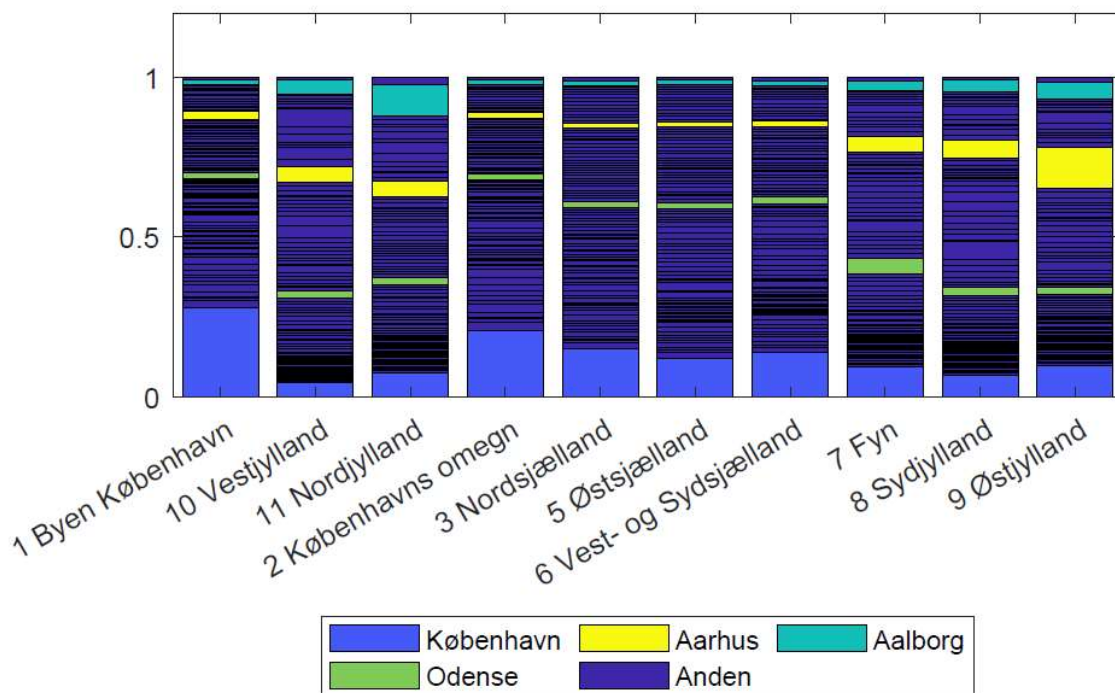
Kilde: DST og egne beregninger

Som det ses af figur 4, har alle typer stærke præferencer for at bo i København. Attraktiviteten af København er dog aftagende, jo længere væk fra typernes udgangspunkt København ligger. Når København alligevel er vigtig for alle, skyldes det empirisk, at en betydelig andel af alle typer ender med at bo i København. Det er også værd at bemærke den tydelige geografiske afhængighed. Aarhus er vigtig for Østjyderne (ligesom andre østjyske byer er, hvilket ikke kan ses tydeligt af figuren), Odense er vigtig for fynboerne, og Aalborg er vigtig for nordjyderne. Det er netop denne geografiske persistens/afhængighed, der approksimerer mere komplekse mobilitetsdynamikker.

Betydningen er, at ærkekøbenhavnerne (Byen København) næsten ikke kan lokkes fra København, selv hvis huslejen bliver meget høj og lønnen meget lav. Nordjyder, der tilfældigvis bor i København, vil derimod lettere kunne fristes til at flytte "hjem" til f.eks. Aalborg. En modsat dynamik gør sig gældende i eksemplet med Lynetteholmen: Huslejen falder i København, hvilket generelt lokker folk til fra hele landet. Men mange jyder vil stadig have for stærke præferencer for at bo i Jylland og vil derfor ikke flytte til København i samme omfang som fx østsjællænderne eller folk fra områderne omkring København (eller ærkekøbenhavnerne, som var havnet uden for byen pga. den høje husleje).

Præferencerne for at arbejde følger samme mønster som præferencerne for at bo, men den geografiske afhængighed er mindre tydelig (se figur 5). Når østjyder typisk arbejder i Aarhus skyldes det til dels præferencer for at arbejde der, men i højere grad præferencer for at bo i eller tæt på Aarhus kombineret med et ønske om lav rejsetid (og høj løn).

Figur 5: Fordelingen af geografiske præferencer for arbejdssted, $E_{j|f}$



Anm.: Figuren viser attraktiviteten (y-aksen) ved at arbejde i forskellige områder (de forskellige farver) for oprindelsestyper, inddelt efter, hvilken landsdel de boede i, da de var 21 år (x-aksen).

Kilde: DST og egne beregninger

4 En forøgelse af ejendomsmassen

I dette afsnit benyttes den kalibrerede model til at analysere produktivets- og velfærdseffekter af en udvidelse af Københavns ejendomsareal med 6,5 pct., hvilket svarer til planerne for Lynetteholmen.⁴ De 6,5 pct. svarer til forventningerne om, hvor mange ekstra beskæftigede og beboere, der bliver plads til på Lynetteholmen. Der forventes således at være plads til 35.000 indbyggere og 35.000 arbejdspladser, jf. Transportministeriet (2018), hvilket svarer til en forøgelse af indbyggertallet med ca. 5 pct. og en forøgelse af beskæftigelsen med ca. 8,5 pct. i København. Hvis det antages, at pladsbehovet pr. indbygger henholdsvis beskæftiget er nogenlunde konstant, svarer dette til at bygningsmassen i København øges med 6,5 pct. Da ejendomsareal er en produktiv faktor, vil BNP naturligvis stige som følge af udvidelsen af København. Modellen kan bidrage til at kvantificere denne effekt. Samtidig illustrerer modellen velfærdsgevinsterne samt effekter qua, at arbejdskraften flyttes rundt, hvilket giver anledning til, at produktivetsgevinsterne ikke kun opstår i København, men fordeles til hele landet.

For at sætte effekten i perspektiv kan BNP-stigningen sammenlignes med tilfældet, hvor Lynetteholmen bygges proportionelt fordelt i hele landet. Når udvidelsen af den samlede danske ejendoms masse kan have forskellige konsekvenser afhængigt af, hvor det bygges, skyldes det netop geografiske forskelle, tilgængelighed, attraktivitet og TFP. Således stiger BNP med 0,16 pct., når Lynetteholmen bygges, men havde man i stedet bygget den spredt over hele landet, ville BNP blot stige med 0,08 pct.

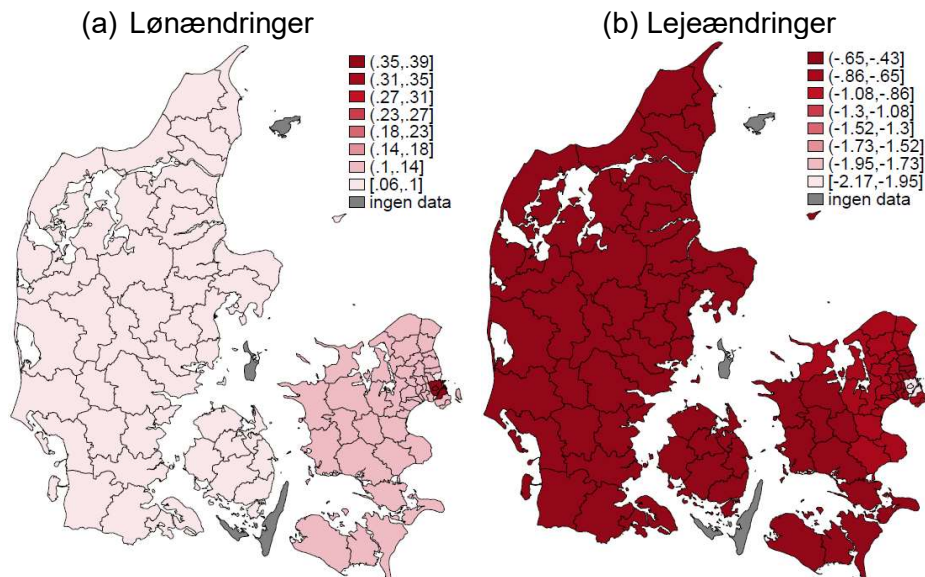
Konkret implementeres eksperimentet ved at øge det effektive ejendomsudbud (L_{kbh}^S) i København med 6,5 pct., mens alle andre eksogene variable holdes konstant.

Udbygningen af København medfører, jf. modellen, en stigning i BNP på 0,16 pct. og en stigning i velfærd på 0,33 pct.⁵ Til sammenligning stiger BNP med 0,08 pct. og velfærd med 0,20 pct., hvis Lynetteholmen blev fordelt proportionelt over hele landet. Dette understreger tilstedeværelsen af betydelige produktivetsgevinster ved at øge bygningsmassen i København.

⁴ Bemærk, at i analysen København og Frederiksberg kommuner sammenlagt, da Frederiksberg kommune geografisk er omsluttet af Københavns kommune. For

⁵ Dette er ikke et forbrugsækvivaliseret velfærdsmål.

Figur 6: Løn- og lejeændringer som følge af udvidelsen af København



Kilde: DST og egne beregninger

Forøgelsen af Københavns areal medfører, alt andet lige, et fald i lejen, hvilket betyder, at flere vil have mulighed for at bo i København, samtidig med at flere ressourcer kan allokere til produktion i København. Faldet i lejen medfører yderligere en stigning i lønnen, hvilket gavner alle, der arbejder i København. Dog begrænser denne lønstigning mængden af ressourcer, der allokeres til København.

Lignende effekter gør sig gældende i andre dele af landet. Bruttoudflytningen til København medfører fald i lejen i alle landets kommuner. Dette medfører til gengæld lønstigninger, da bebyggelse nu benyttes mere intensivt i produktionen (der er færre mennesker på stuvet sammen på et kontor). Grundet "oprindelsestypernes" forskellige geogriske er denne bruttoudflytning mindre længere fra København end i områder tættere på.

Modellen har dog en mekanisme, der betyder, at huslejeværd og dermed lønstigninger, alt andet lige, er større, længere væk fra udvidelsen. Dette skyldes at de mange nye bruttotilflyttere til København gerne vil arbejde omkring København, hvilket presser huslejen lidt op (og lønnen lidt ned).

Stigningen i den samlede produktion på 0,16 pct. kan dekomponeres ned i tre dele bestående af 1) en stigning i områdeproduktiviteten, altså produktiviteten pr. beskæftiget i en given kommune, 2) en reallokering af beskæftigede fra mindre til mere produktive kommuner, samt 3) en interaktion mellem de to første komponenter, der kommer hvis beskæftigelse og områdeproduktivitet bevæger sig i samme retning på tværs af kommunerne.

Væksten i produktionen pr. beskæftiget kan skrives som

$$\frac{\left(\frac{Y^{efter} - Y^{før}}{N}\right)}{\frac{Y^{før}}{N}} = \frac{(\sum_i y_i^{efter} - \sum_i y_i^{før})}{\sum_i y_i^{før}}$$

Hvor Y angiver den samlede produktion, N angiver den samlede beskæftigelse og y_i angiver produktionen i kommune i . $før$ angiver at variabelens værdi kommer fra scenariet inden ændringen, mens $efter$ angiver at variabelens værdi kommer fra scenariet efter ændringen. Bemærk at den procentuelle stigning i produktion pr. beskæftigede og produktionen er ens, da den samlede beskæftigelse holdes konstant.

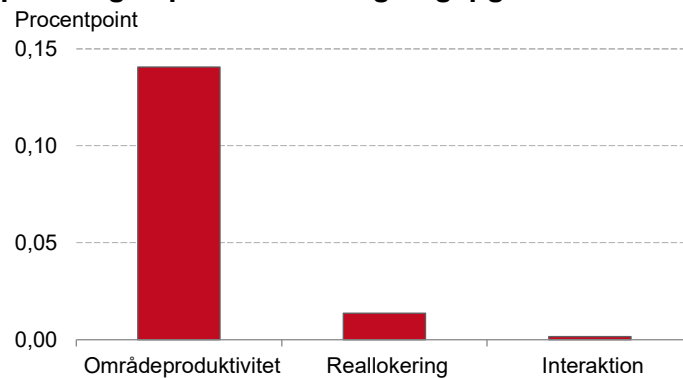
Ved at benytte modellens sammenhæng mellem løn og produktion kan stigningen skrives som

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{Y^{efter} - Y^{før}}{N}\right)}{\frac{Y^{før}}{N}} &= \frac{\sum_i (w_i^{efter} - w_i^{før}) \cdot \pi_i^{arb,før}}{\sum_i w_i^{før} \cdot \pi_i^{arb,før}} + \frac{\sum_i w_i^{før} \cdot (\pi_i^{arb,efter} - \pi_i^{arb,før})}{\sum_i w_i^{før} \cdot \pi_i^{arb,før}} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{områdeproduktivitet}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{reallokering}} \\ &+ \frac{\sum_i (w_i^{efter} - w_i^{før}) \cdot (\pi_i^{arb,efter} - \pi_i^{arb,før})}{\sum_i w_i^{før} \cdot \pi_i^{arb,før}} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{interaktion}} \end{aligned}$$

Hvor π_i^{arb} angiver andelen af den samlede beskæftigelse i kommune i .

Stigningen i ejendomsudbud på 6,5 pct. medfører en umiddelbar positiv effekt på produktiviteten i København, da arbejderne får mere plads. Derudover kan produktiviteten i princippet også blive påvirket af, at der allokeres mere arbejdskraft til København fra andre områder, da der bliver mere plads. Denne omallokering af arbejdskraft har imidlertid begrænset effekt på den samlede produktivitet, da lønforskellene og dermed forskellene i marginal produktivitet er begrænsede i udgangspunktet. Faktisk er omallokeringseffekten så lille, at næsten hele produktivetsgevinsten skyldes den direkte effekt af mere plads, jf. figur 7.

Figur 7: Dekomponering af produktionsstigning pga. udvidelsen af København



Kilde: DST og egne beregninger

Bemærk, at produktivetsgevinsten ved større ejendomsudbud i modellen ikke alene tilfalder København. Det skyldes, at der flyttes arbejdskraft fra andre kommuner til København, således at noget af produktivetsgevinsten "overføres" i form af mere ejendomsmasse pr. arbejder i de andre kommuner.

5 Forbedrede muligheder for hjemmearbejde

Coronakrisen har sat fokus på hjemmearbejde. Mere hjemmearbejde kan have mange mulige konsekvenser for produktiviteten. Er den enkelte mere eller mindre produktiv, når vedkommende arbejder hjemme? Er der produktivetsgevinster ved mindre trængsel på vejene? Vil hjemmearbejde modvirke eller forstærke agglomerationseffekter? Alle disse spørgsmål og mange flere er relevante, men ligger udenfor, hvad modellen umiddelbart kan bruges til. Men modellen har stærke prædiktioner for, hvad der sker med flytte- og pendlingsmønstre, samt den geografiske organisering af produktion og beboelse, når omkostningerne ved at pendle ændres.

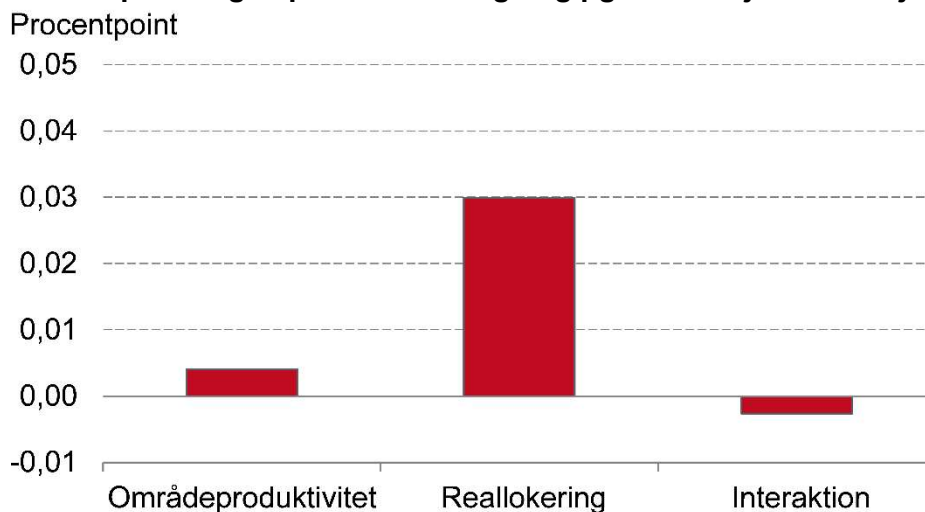
I analysen antages det, at det er muligt at have en dags hjemmearbejde om ugen uden tabt produktivitet. Dette betyder, at rejsetiden for alle rejser reduceres med 1/5. Dette skal ses som en pludselig ændring af produktionsteknologien, der gør det muligt, uden ændret produktivitet, at udføre sit arbejde hjemmefra to dage om ugen. Ideen er, at virksomheder har investeret i ny teknologi og har fået ny viden som følge af coronakrisen, der gør det muligt nu at producere med en anden teknologi. Valget af 1 dag er et arbitrært illustrativt valg.

Den teknologiske omlægning har stærke konsekvenser for, hvor folk bor og arbejder. Nogle kommuner specialiseres i højere grad i enten "beboelse" eller "erhverv". Dog er de aggregerede produktivetsgevinster beskedne idet BNP stiger med 0,03 procent. Forklaringen herfor skal findes i de relativt små forskelle i arbejdskraftens marginalprodukt (lønnen) i udgangspunktet. Omlægningen har dog store

velfærdseffekter idet gennemsnitlig velfærd på tværs af grupperne stiger med 1,8 procent. En stor del af denne stigning skyldes direkte reduktion i rejsetid (for fast pendling). En anden stor del består i en bedre mulighed for at bo hhv. arbejde i ens favoritkommuner på samme tid. Den øgede produktion i samfundet bidrager kun marginalt til velfærdsstigningen.

En dekomponering som i afsnit 4 afslører, at produktivetsændringerne primært kommer fra reallokering, jf. figur 8. Denne effekt er dog af begrænset størrelse, hvilket skyldes, at der er små forskelle i arbejdskraftens produktivitet mellem kommunerne i udgangspunktet. Der er et meget lille bidrag fra øget områdeproduktivitet, som primært kommer fra København, der specialiseres i beskæftigelse i et begrænset omfang. Samlet er bidraget fra områdeproduktiviteten lille, da kommunerne kun specialiseres i et begrænset omfang.

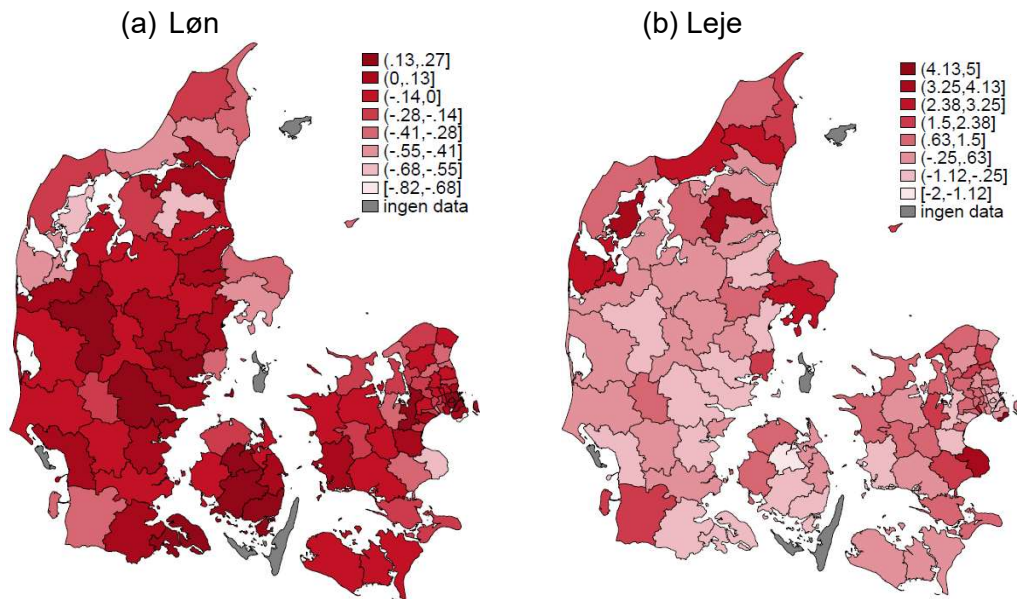
Figur 8: Dekomponering af produktionsstigning pga. mere hjemmearbejde



Kilde: DST og egne beregninger

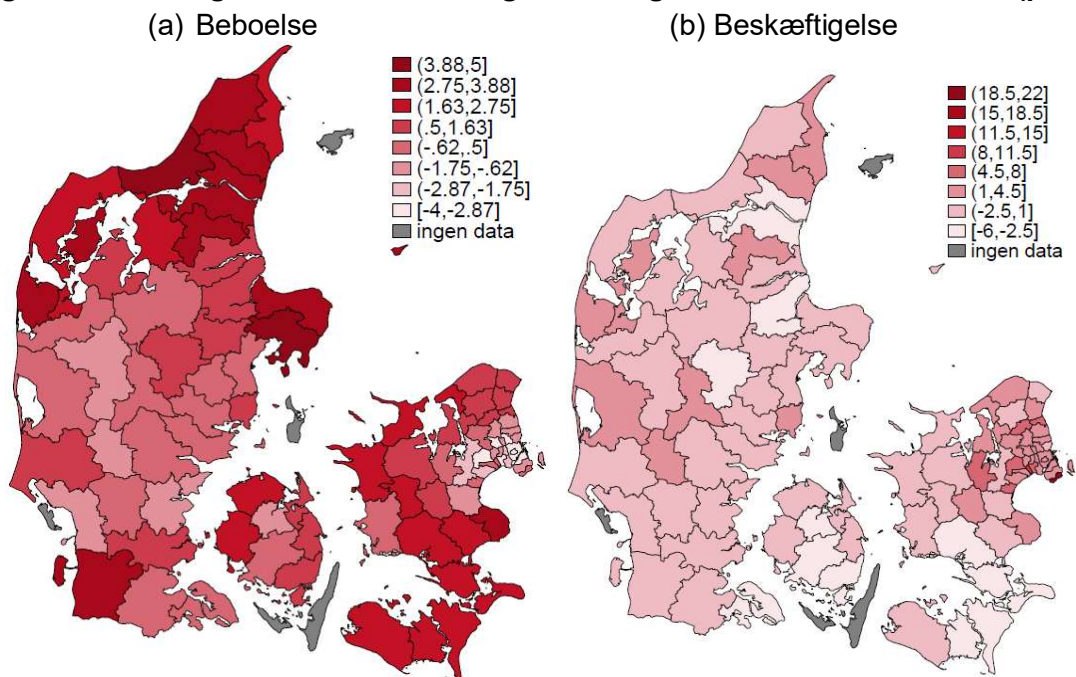
Løn- og lejeændringer fremgår af figur 9, mens ændringer i beboelse og beskæftigelse fremgår af figur 10. Det er tydeligt at flere nu rejser langt for at arbejde i byen. Således stiger beboelsen i især Nordjylland og på Lolland-Falster, hvilket giver mulighed for billig husleje og pendling til højere løn. Til gengæld specialiseres København (og kommunerne omkring) i beskæftigelse. Dette bidrager til at øge produktionen, da disse kommuner har højt TFP-niveau og nu får mulighed for at benytte mere plads i produktionen. Mere ejendomsmasse omallokeres til beskæftigelse, hvilket gør det muligt at udnytte det høje TFP-niveau og øge marginalproduktiviteten af arbejdskraften yderligere. Ændringer i løn- og leje bestemmes i sidste ende af, hvorvidt tendensen til udflytning eller tendensen til indpendling dominerer.

Figur 9: Løn- og lejeændringer (pct.)



Kilde: DST og egne beregninger

Figur 10: Ændringer i hhv. beboelse og beskæftigelse i landets kommuner (pct.)



Kilde: DST og egne beregninger

6 Appendiks A: Modellen i detaljer

I dette afsnit præsenteres yderlige detaljer om modellen.

6.1 Forbrugerne

Forbrugerne får nytte af et færdigt produkt c med en pris normaliseret til 1, samt boligareal l med en pris, der er specifik til området, hvor de vælger at bosætte sig. Forbrugerens indkomst er bestemt af lønnen w , der er specifik til det område, hvor de arbejder.

Forbrugerne af type f har individuelle præferencer for at bo og arbejde i forskellige områder. Dette opsummeres i variabelen $z_{ij|f,o}$, der angiver individ o af type f 's præferencer for at bo i område i og arbejde i område j . Nytten ved at bo i i og arbejde i j diskonteres med faktoren $e^{-\kappa \cdot \text{rejsetid}_{ij}}$ der afhænger af rejseomkostningerne.

Nytten antages at være Cobb-Douglas, hvorfor nyttefunktionen bliver

$$U_{ijfo} = z_{ij|f,o} \left(\frac{c_{ijfo}}{\beta} \right)^\beta \left(\frac{l_{ijfo}}{1-\beta} \right)^{1-\beta} \cdot e^{-\kappa \cdot \text{rejsetid}_{ij}}$$

Nytemaksimering medfører at efterspørgslen efter bolig (l_{ijfo}) for individ o af type f med arbejdssted j og bopæl i bliver

$$l_{ijfo} = \frac{(1-\beta)w_j}{q_i}$$

Hvor q_i angiver huslejen i område i og w_j angiver lønnen i område j . Bemærk at denne efterspørgsel er uafhængig af $z_{ij|f,o}$, hvorfor $l_{ijfo} = l_{ij}$ for alle individer af alle typer. Et tilsvarende udtryk findes for efterspørgslen c_{ij} .

Nytemaksimeringsproblemet giver desuden anledning til den indirekte nyttefunktion

$$u_{ijfo} = z_{ij|f,o} w_j q_i^{\beta-1} \cdot e^{-\kappa \cdot \text{rejsetid}_{ij}}$$

6.1.1 McFaddens trick

Det er standard i litteraturen om geografisk økonomi at antage at præferencerne for bopæl og arbejdssted ($z_{ij|f}$) følger en ekstremværdi-fordeling. Dette forsimples løsningen af modellen idet formuleringen af andelen af individer af type f , for hvem kombinationen af bopæl i og arbejdssted j giver anledning til den højeste nytte, får en simpel analytisk form. I løsningen af modellen medfører dette, at undertegnet o udgår.

I det konkrete tilfælde antages det, at $z_{ij|f,o}$ følger en Fréchet-fordeling. Dette medfører, at u_{ijfo} også er Fréchet-fordelt. Det antages at hvert område er forbundet med bekvæmmelighedsfaktor $B_{i|f}$, der skalerer nytten for individer med bopæl i område i .

Denne faktor fanger fx tilgængelighed af natur- og kulturtilbud, samt forurening. Derudover antages det, at hvert område er forbundet med en attraktivitetsfaktor $E_{j|f}$, der skalerer nytten for individer med arbejdssted j . Denne faktor fanger fx attraktiviteten af området på linje med $B_{i|f}$, men kan med en bredere fortolkning også dække over jobmuligheder og kumulation af human kapital. Jævnfør diskussionen i hovedteksten afhænger disse præferencer yderligere af type. Fortolkningen af dette er, at præferencerne for et givet område har en afhængighed af, hvor man kommer fra fx grundet netværk. Endeligt indgår et $(i, j|f)$ -specifikt fejllid, som antages at være uafhængigt af $B_{i|f}$ og $E_{j|f}$, samt modellens øvrige variable. Denne parameter kan fx fange misspecifikation af rejsetiden.

Andelen af personer af type f , der i ligevægt vælger bopæl i sammen med arbejdssted j bliver

$$\pi_{ij|f} = \frac{\overbrace{B_{i|f} E_{j|f} R_{ij|f} \cdot e^{-\phi \cdot \text{rejsetid}_{ij}} \left(q_i^{1-\beta}\right)^{-\epsilon} (w_j)^\epsilon}^{\text{attraktivitet ved at bo i kommune } i \text{ og pendle til arbejdskommune } j}}{\sum_r \sum_s \underbrace{B_{r|f} E_{s|f} R_{rs|f} \cdot e^{-\phi \cdot \text{rejsetid}_{rs}} \left(q_r^{1-\beta}\right)^{-\epsilon} (w_s)^\epsilon}_{\text{sum over alle kommuner af attraktiviteten ved at bo og arbejde}}}$$

Hvor $\phi = \kappa \cdot \epsilon$. ϵ bestemmer graden af heterogenitet i individuelle præferencer. Hvis den er høj vil alle søge mod den høje løn og lave husleje, hvis den er lav kan forskelle eksistere. Udtrykket diskuteres i hovedtekstens afsnit 2.

Den samlede andel af befolkningen, der bor i kommune i og arbejder i kommune j fås ved at summe over de type-specifikke andele ($\pi_{ij|f}$) vægtet med, hvor stor en andel den givne type udgør af den samlede befolkning (π_f). Derfor bliver π_{ij} :

$$\pi_{ij} = \sum_f \pi_f \pi_{ij|f}$$

Bemærk, at det antages at en given types andel af befolkningen (π_f) er fast og eksogent givet. Konkret benytter vi 10 landsdele (fx Nordjylland) som typer (idet Bornholm udelukkes).

Andelen af individer med bopæl i (π_i^{bo}) findes ved at summe over arbejdssteder, mens andelen af individer med arbejdssted j (π_j^{arb}) findes ved at summe over mulige bopæle.⁶

6.2 Virksomhederne

Virksomhederne producerer et endeligt gode, der handles frit på tværs af områder med en pris normaliseret til 1. I produktionen benyttes arbejdskraft og bygninger, og produktionen har konstant skalaafkast i disse input med en område specifik produktivitet.

⁶ $\pi_i^{bo} = \sum_j \pi_{ij}$ og $\pi_j^{arb} = \sum_i \pi_{ij}$

Grundet konstant skalaafkast er firmastørrelse ligegyldig for økonomiens output. Derfor fokuserer vi blot på områdets samlede produktion, der behandles som en virksomhed.

Produktionen i område j er givet ved

$$Y_j = A_j H_j^\alpha L_j^{1-\alpha}$$

Hvor H_j angiver mængden af arbejdskraft, mens L_j angiver mængden af bebyggelse anvendt i produktionen. A_j angiver den område-specifikke produktivitet (tfp). α angiver elasticiteten af output mht. arbejdskraften. Bemærk at i Appendiks B vises det, hvordan ovenstående produktionsfunktion kan omskrives fra en produktionsfunktion med fysisk kapital uden tab af generalitet, såfremt fysisk kapital handles på et internationalt marked med en fast rente.

Virksomhederne profitmaksimerer, men ressourcer vil forsætte med blive tilført produktionen indtil profitten er 0. Kombinationen af profitmaksimering og nul-profit-betingelsen betyder, at der kan etableres en relation mellem markedslønnen i område j (w_j) og huslejen i område j (q_j):

$$w_j = \alpha \left(\frac{(1-\alpha)}{q_j} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A_j^{\frac{1}{\alpha}}$$

Efterspørgslen efter bebyggelse L_j kan udtrykkes relativt til efterspørgslen efter arbejdskraft:

$$L_j = \left(\frac{(1-\alpha)A_j}{q_j} \right)^{\frac{1}{\alpha}} H_j$$

Derfor bliver den faktorprisafhængige produktionsfunktion

$$Y_j = A_j^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{(1-\alpha)}{q_j} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} H_j$$

6.3 Ejendomsmarkedet

Boligefterspørgslen er givet ved

$$L_i^{D,for} = (1-\beta) \frac{1}{q_i} \bar{H} \pi_i^{Bo} \sum_j \pi_{ij|i}^{Arb} w_j$$

Hvor \bar{H} angiver den samlede befolkningsstørrelse og $\pi_{ij|i}^{Arb}$ angiver den betingede sandsynlighed for at arbejde i område j , hvis man bor i område i .

Virksomhedernes efterspørgsel efter kontorer er

$$L_i^{D,fir} = \frac{(1-\alpha)Y_i}{q_i}$$

Dette giver en samlet efterspørgsel efter bebyggelse på

$$L_i^D = L_i^{D,for} + L_i^{D,fir} = (1-\beta) \frac{1}{q_i} \bar{H} \pi_i^{Bo} \sum_j \pi_{ij|i}^{Arb} w_j + \frac{(1-\alpha)Y_i}{q_i}$$

Vi antager at ejendomsudbuddet er eksogent givet ved L_i^S .

7 Appendiks B: Produktionsfunktion med fysisk kapital

I afsnittet vises det, at en Cobb-Douglas produktionsfunktion med kapital, bygningsmasse og arbejdskraft kan omskrives til kun at afhænge af bygningsmasse og arbejdskraft under antagelse af frie internationale kapitalmarkeder.

Produktionsfunktionen med bygningsmasse (L_i), arbejdskraft (H_i) og kapital (K_i) er givet ved (underskrift i undlades):

$$Y = BL^\beta H^\gamma K^{1-\beta-\gamma}$$

Her er B_i TFP. FOB mht. kapital (realrenten r er eksogen givet ved det internationale niveau og kapital flyder frit og tilpasser sig):

$$r = (1-\beta-\gamma)BL^\beta H^\gamma K^{-\beta-\gamma} \Leftrightarrow$$

$$K = (1-\beta-\gamma) \frac{1}{\beta+\gamma} B \frac{1}{\beta+\gamma} L \frac{\beta}{\beta+\gamma} H \frac{\gamma}{\beta+\gamma} r^{-\frac{-1}{\beta+\gamma}}$$

Indsæt dette i produktionsfunktionen:

$$Y = BX^\beta L^\gamma (1-\beta-\gamma) \frac{1-\beta-\gamma}{\beta+\gamma} B \frac{1-\beta-\gamma}{\beta+\gamma} L \frac{\beta(1-\beta-\gamma)}{\beta+\gamma} H \frac{\gamma(1-\beta-\gamma)}{\beta+\gamma} r^{-\frac{-(1-\beta-\gamma)}{\beta+\gamma}} \Leftrightarrow$$

$$Y = (1-\beta-\gamma) \frac{1-\beta-\gamma}{\beta+\gamma} r^{-\frac{-(1-\beta-\gamma)}{\beta+\gamma}} B \frac{1-\beta-\gamma+\beta+\gamma}{\beta+\gamma} L \frac{\beta(1-\beta-\gamma)+\beta(\beta+\gamma)}{\beta+\gamma} H \frac{\gamma(1-\beta-\gamma)+\gamma(\beta+\gamma)}{\beta+\gamma} \Leftrightarrow$$

$$Y = (1-\beta-\gamma) \frac{1-\beta-\gamma}{\beta+\gamma} r^{-\frac{-(1-\beta-\gamma)}{\beta+\gamma}} B \frac{1}{\beta+\gamma} L \frac{\beta}{\beta+\gamma} H \frac{\gamma}{\beta+\gamma}.$$

Nu definerer vi $A \equiv (1-\beta-\gamma) \frac{1-\beta-\gamma}{\beta+\gamma} B \frac{1}{\beta+\gamma} r^{-\frac{-(1-\beta-\gamma)}{\beta+\gamma}}$ og $\alpha \equiv \frac{\gamma}{\beta+\gamma}$

Dermed kan produktionsfunktionen skrives som:

$$Y = AL^{1-\alpha} H^\alpha$$

8 Litteraturliste

Ahlfeldt, G. M., S. J. Redding, D. M. Sturm og N. Wolf (2015): The economics of density: Evidence from the Berlin Wall. *Econometrica*, 83 (6), s. 2127-2189

De Økonomiske Råds Formandskab (2021). Produktivitet 2021. www.dors.dk

Monte, F., Redding, S. J., og Rossi-Hansberg, E. (2018). Commuting, Migration, and Local Employment Elasticities. *American Economic Review*, 108(12), s. 3855–3890.

Redding, S.J. og Rossi-Hansberg, E. (2017). Quantitative Spatial Economics. *Annual Review of Economics*, pp. 21–58.

Transportministeriet. (2018). Faktaark om Lynetteholm.